

APPLIED MATHEMATICS - II

Time : 2:30 Hours]

[Maximum Marks : 50

NOTES :

- i) Attempt all questions.
- ii) Students are advised to specially check the Numerical Data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi Translation of any question, the students should answer the question according to the English version.
- iii) Use of Pager and Mobile Phone by the students is not allowed.

Q1) Attempt any ten parts of the following :

[10 × 1 = 10]

- a) Evaluate $\int e^{2x-3} dx$.
- b) Evaluate $\int \tan^2 x dx$.
- c) Evaluate $\int x \sin 3x dx$.
- d) Evaluate $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$.
- e) Evaluate $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$.
- f) Evaluate $\int_1^2 x^2 dx$.
- g) If $\int_0^1 (3x^2 + 2x + k) dx = 0$, find k .
- h) The co-ordinate of a point A is (2, 3, 6). Find the direction cosines of OA, where O is origin.
- i) Find the angle between the lines whose direction ratios are (2, 3, 4) and (1, -2, 1).
- j) Integrate $\int \frac{1}{x \log x} dx$.
- k) Find the equation of the circle whose end points of diameter are (-1, 2) and (4, -3).
- l) Find the centre and radius of a circle $x^2 + (y+2)^2 = 9$.

Q2) Attempt any five parts of the following :

[5 × 2 = 10]

- a) Integrate $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$.
- b) Integrate $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$.
- c) Integrate $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)} dx$.
- d) Find the value of $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos \theta} \sin^3 \theta d\theta$.
- e) Find the equation of the circle which passes through the origin and cuts off intercepts 3 and 4 from the positive parts of the axes respectively.
- f) Find the co-ordinates of the point of intersection of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{4}$ with the plane $2x + 4y - z - 1 = 0$.
- g) Find the area of the region bounded between the lines $x = 2$ and the parabola $y^2 = 8x$ by integration method.

Q3) Attempt any two parts of the following :

a) Integrate $\int_1^2 \frac{1}{(x+4)(x+5)} dx$.

b) Integrate $\int \frac{3x+1}{(x-2)^2(x+2)} dx$.

c) Find the length of the arc of the parabola $y^2 = 4ax$ cut off by the line $y = 3x$.

Q4) Attempt any two parts of the following :

[2 × 5 = 10]

a) Integrate $\int \frac{x e^x}{(x+1)^2} dx$.

b) Find the volume of solid generated by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about the axis of x .

c) Find $\int_0^4 e^x dx$ using Simpson $\frac{1}{3}$ rule from the table given below.

$$e^0 = 1, \quad e^1 = 2.72, \quad e^2 = 7.39, \quad e^3 = 20.09, \quad e^4 = 54.60.$$

Q5) Attempt any two parts of the following :

[2 × 5 = 10]

- a) Using the Bisection method, find the real root of the equation $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ lying in the interval $[0, 1]$.
- b) Using Regula - Falsi method, find the real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$, correct to three decimal places.
- c) By using Newton - Raphson method, find the root of $x^4 - x - 10 = 0$, which is nearer to $x = 2$, correct to three places of decimals.

(हिन्दी अनुवाद)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

प्र.1) निम्नलिखित में से कोई दस भाग हल करें :

[10 × 1 = 10]

अ) समाकलन ज्ञात करें $\int e^{2x-3} dx$.

ब) समाकलन ज्ञात करें $\int \tan^2 x dx$.

स) समाकलन ज्ञात करें $\int x \sin 3x dx$.

- द) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$.
- य) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$.
- र) $\int_1^2 x^2 dx$ का मान ज्ञात करें।
- ल) यदि $\int_0^1 (3x^2 + 2x + k) dx = 0$, तो k का मान ज्ञात करें।
- ब) किसी बिन्दु A के निर्देशांक (2, 3, 6) है। OA की दिक् कोज्याएं ज्ञात करें, जबकि O मूल बिन्दु है।
- त) उन रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात करें, जिनके दिक् अनुपात (2, 3, 4) और (1, -2, 1) हैं।
- थ) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{1}{x \log x} dx$.
- ध) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात करें, जिसके व्यास के सिरो के निर्देशांक (-1, 2) और (4, -3) हैं।
- न) वृत्त $x^2 + (y+2)^2 = 9$ के केन्द्र का निर्देशांक और त्रिज्या ज्ञात करें।

प्र.2) निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच भागों को हल करें :

[5 × 2 = 10]

- अ) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$.
- ब) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$.
- स) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{\sin x}{\sin(x-a)} dx$.
- द) $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos \theta} \sin^3 \theta d\theta$ का मान ज्ञात करें।
- य) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से गुजरे तथा अक्षों के धनात्मक भागों से क्रमशः 3 तथा 4 के बराबर अन्तः खण्ड काटे।
- र) रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{4}$ तथा समतल $2x+4y-z-1=0$ का प्रतिक्षेदित बिन्दु ज्ञात करें।
- ल) समाकलन विधि द्वारा उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें जो कि रेखा $x=2$ और परवलय $y^2=8x$ द्वारा परिवद्ध है।

प्र.3) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल करें :

अ) समाकलन ज्ञात करें $\int_1^2 \frac{1}{(x+4)(x+5)} dx$.

ब) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{3x+1}{(x-2)^2(x+2)} dx$.

स) रेखा $y = 3x$ द्वारा परवलय $y^2 = 4ax$ पर काटे गये चाप की लम्बाई ज्ञात करें।

प्र.4) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल करें :

[2 × 5 = 10]

अ) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{x e^x}{(x+1)^2} dx$.

ब) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ को x -अक्ष के परितः परिक्रमण कराने पर प्राप्त घनाकृति का आयतन ज्ञात कीजिए।

स) सिम्पसन $\frac{1}{3}$ नियम द्वारा $\int_0^4 e^x dx$ का मान निम्नदर्शित सारणी द्वारा ज्ञात करें।

$$e^0 = 1, \quad e^1 = 2.72, \quad e^2 = 7.39, \quad e^3 = 20.09, \quad e^4 = 54.60.$$

प्र.5) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल करें :

[2 × 5 = 10]

अ) समीकरण $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ के वास्तविक मूल का मान $[0, 1]$ अन्तराल के मध्य द्विभाजन (Bisection) विधि से प्राप्त करने के लिये हल करें।

ब) समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल दशमलव के 3 अंक तक शुद्ध रेगुला फालसी (Regula - Falsi) विधि द्वारा ज्ञात करें।

स) समीकरण $x^4 - x - 10 = 0$ का वास्तविक मूल दशमलव के तीन अंक तक, जो कि $x = 2$ के पास हो, शुद्ध (Newton - Raphson) न्यूटन - रैफसन विधि से ज्ञात करें।

